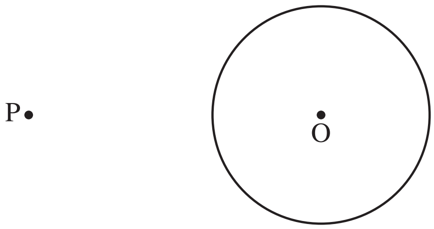
第 37 講・円周角の定理の利用

例題 1　円に関する作図

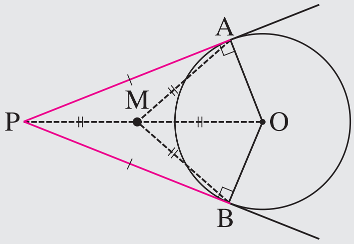
問題

右の図で，円 O の外の点 P を通る円 O の接線を作図しなさい。



ポイント

● 円外の 1 点から，円の接線は 2 本ひくことができる。
このとき，円の中心と接点を結んだ直線は，接線と垂直である
→ 2 つの接点を A，B とすると，
$\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$
だから，2 点 A，B は OP を直径とする円の周上にある
→ OP を直径とする円の中心を M とすると，M は線分 OP の中点なので，OP と OP の垂直二等分線の交点である



解答

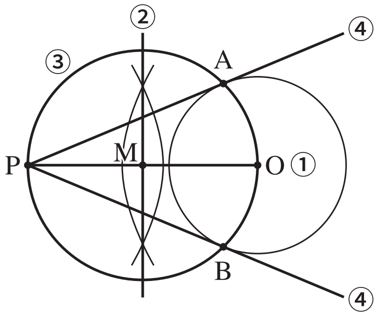
次の手順で作図する。

① 点 O と点 P を結ぶ。

② 線分 OP の垂直二等分線をかき，線分 OP との交点を M とする。

③ 半径が線分 MO と等しく，点 M を中心とする円をかく。円 O と③の円の交点をそれぞれ点 A，B とする。

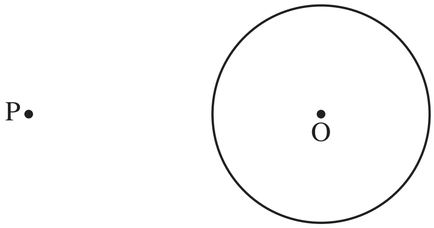
④ 点 P から点 A，B に向けて，半直線 PA，PB をひく。



MEMO

確認テスト 1

右の図で，円 O の外の点 P を通る円 O の接線を作図しなさい。



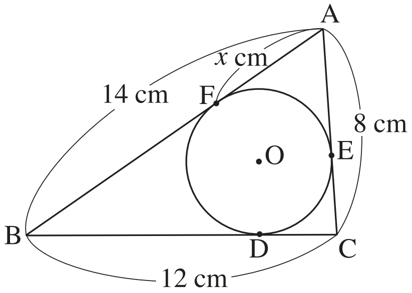
例題 2 円と接線の応用問題

問題

右の図のように，△ABC の各辺に点 D，E，F で接する円 O がある。AF = x cm として，次の問いに答えなさい。

(1) BF，CE の長さをそれぞれ x を使って表しなさい。

(2) x の値を求めなさい。



ポイント

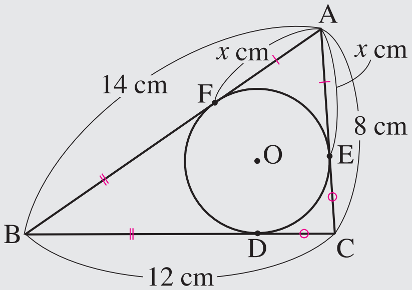
● 各辺で円 O と接する三角形 → 円外の 1 点からひいた 2 本の接線の長さは等しいことを利用して，線分の長さを求める

右の図で，点 A から円 O にひいた 2 本の接線の長さは等しいから，

AE = AF

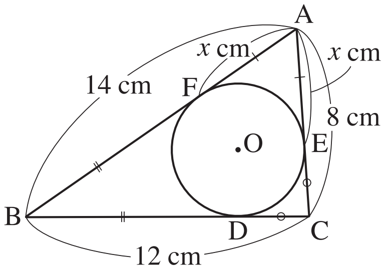
点 B，点 C から円 O にひいた接線についても，それぞれ同様に考えて，

BD = BF，CD = CE



解答

(1)



BF = AB − AF

　= **14 − x（cm）**　…(答)

点 A から円 O にひいた 2 本の接線の長さは等しいから，

AE = AF = x（cm）

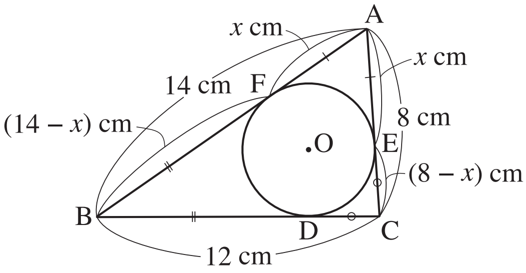
よって

CE = AC − AE

　= **8 − x（cm）**　…(答)

MEMO

(2)



点 B から円 O にひいた 2 本の接線の長さは等しいから，

BD = BF = 14 − x（cm）　・・・①

点 C から円 O にひいた 2 本の接線の長さは等しいから，

CD = CE = 8 − x（cm）　・・・②

①，②より

$BC = BD + CD$

$12 = (14 - x) + (8 - x)$

$2x = 10$

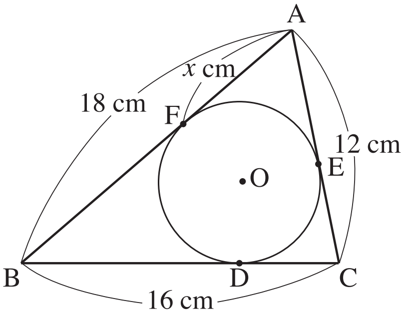
$x =$ **5**　**・・・(答)**

確認テスト 2

右の図のように，△ABC の各辺に点 D，E，F で接する円 O がある。AF = x cm として，次の問いに答えなさい。

(1) BF，CE の長さをそれぞれ x を使って表しなさい。

(2) x の値を求めなさい。



例題 3　円と相似

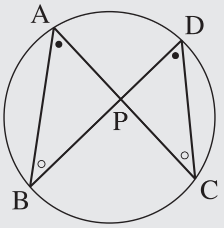
ポイント

● 右の図のように，点 A と点 B，点 C と点 D を結び，2 つの弦 AC，BD が円内の点 P で交わるとき

　　△ABP ∽ △DCP

となる。このとき，次のように各辺の比が成り立つ。

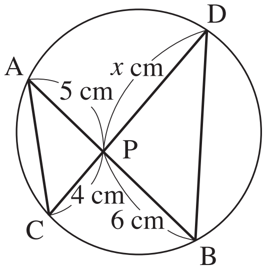
　　AP : DP = BP : CP = AB : DC



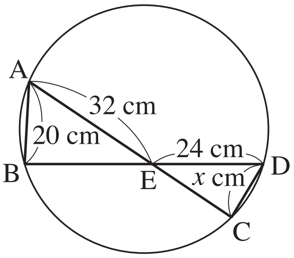
問題

次の図で，x の値を求めなさい。

(1)

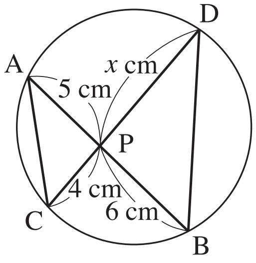


(2)



解答

(1)



△ACP ∽ △DBP より

$$AP : DP = CP : BP$$

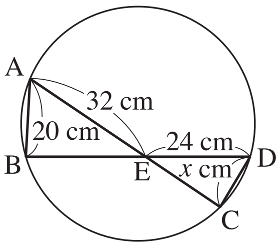
$$5 : x = 4 : 6$$

$$4x = 30$$

$$x = \frac{15}{2} \quad \cdots \text{(答)}$$

MEMO

(2)



△ABE ∽ △DCE より

AB : DC = AE : DE

$20 : x = 32 : 24$

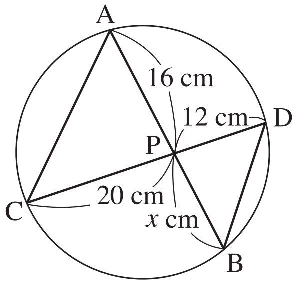
$32x = 480$

$x =$ **15**　…(答)

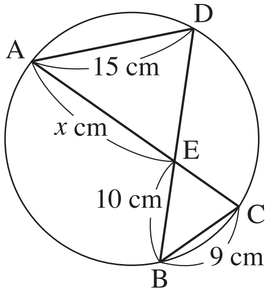
確認テスト 3

次の図で，x の値を求めなさい。

(1)



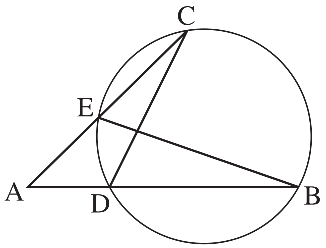
(2)



例題 4　円と相似の証明

問題

右の図で，ある円に対して円外の点 A から，円周上の点 B，C を通る直線をひいて，円との交点をそれぞれ点 D，E とする。△ABE ∽ △ACD を証明するとき，空欄 (1) ～ (3) を埋めなさい。



【証明】

△ABE と △ACD において，$\overset{\frown}{ED}$ に対する円周角は等しいので

∠ABE = (1) …①

また

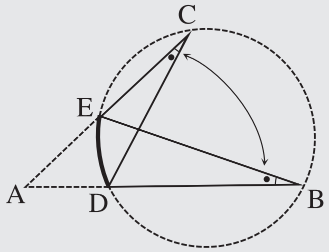
(2) …②

①，②より，(3) から

△ABE ∽ △ACD　（証明終）

ポイント

● 同じ弧に対する円周角は等しいことを利用して相似を証明する



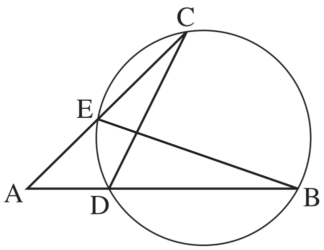
解答

(1)　∠ACD

(2)　∠A は共通

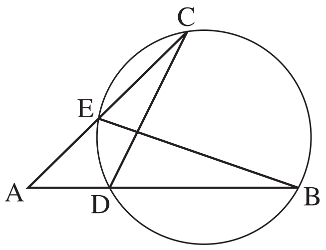
(3)　2 組の角がそれぞれ等しい

MEMO



確認テスト 4

右の図で，ある円に対して円外の点 A から，円周上の点 B，C を通る直線をひいて，円との交点をそれぞれ点 D，E とする。△ABE ∽ △ACD を証明するとき，空欄 (1) ～ (3) を埋めなさい。



【証明】

△ABE と △ACD おいて，$\overset{\frown}{\mathrm{ED}}$ に対する円周角は等しいので

∠ABE ＝ (1) …①

また

(2) …②

①，②より， (3) から

△ABE ∽ △ACD （証明終）